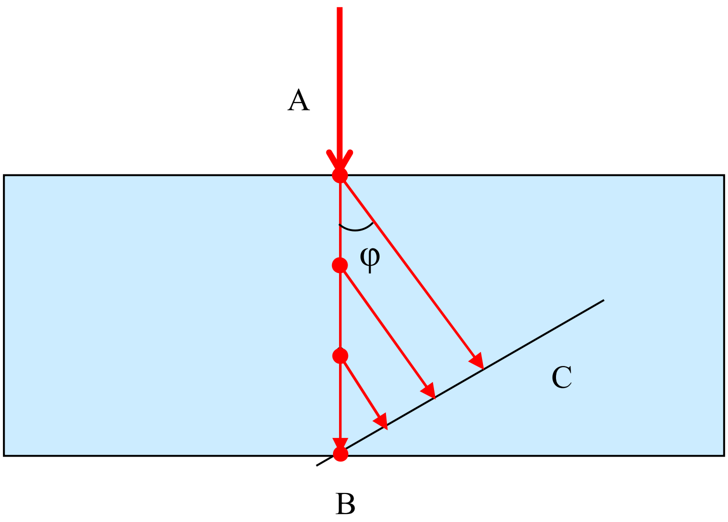
Генерация второй гармоники – волновая картина. Условие пространственного синхронизма

Для решения задачи о распространении волны в кристалле необходимо решить уравнение:

$$rot\,rot\overline{E} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{P}_{л}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{P}_{нл}}{\partial t^2} = 0$$

Задача сложная, рассмотрим качественно вопрос о распространении света в нелинейной среде.

Пусть на среду падает гармоническая волна



$E_1 = A_1\cos(\varpi_1 t - \kappa_1 z)$, где $\kappa_1 = \dfrac{\varpi}{c}n(\varpi)$

это волна вызывает нелинейные колебания диполей по ходу волны, которые в свою очередь испускают вторичную волну с частотой 2ϖ

$$E_2 = A_2\cos(2\varpi t - \kappa_2 z), \text{ где}$$

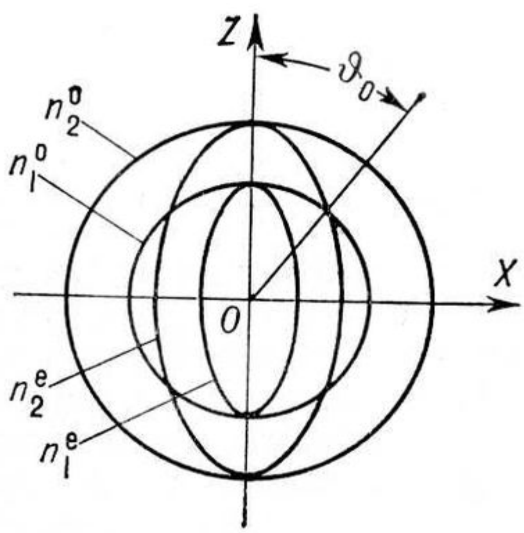
$$\kappa_2 = \frac{2\varpi}{c}n(2\varpi)$$

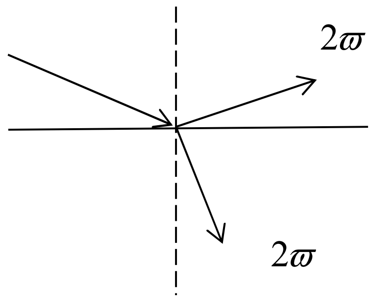
Рассмотрим, в каком случае, в направлении, определяемом углом φ, будет наблюдаться максимум интерференции для частоты 2ϖ. Волны будут излучаться синфазно в случае выполнения условия

$$\frac{AB}{C}n(\varpi) = \frac{AB\cdot\cos\varphi}{C}n(2\varpi)$$

отсюда $\boxed{\cos\varphi = \dfrac{n(\varpi)}{n(2\varpi)}}$ в этом угле происходит синфазное сложение волн гармоник.

Наиболее эффективным для возбуждения второй гармоники является направление при котором $\cos\varphi = 1$. При этом $n(\omega) = n(2\omega)$, что невозможно в изотропных средах. В анизотропных кристаллах имеются направления, в которых $n_o(\omega) = n_e(2\omega)$, это направления пространственного синхронизма. Для получения второй гармоники волны должны распространяться по данному направлению.





Формулы Френеля должны быть обобщены и для нелинейного случая. Должна появиться и «отраженная» вторая гармоника, т.е. в отраженном свете есть волны ϖ_1 и $2\varpi_1$. Но эффект очень слабый, т.к. работает только тонкий слой среды.

Явление генерации второй гармоники используется для получения видимого излучения от мощных ИК лазеров, КПД $\sim 20 \div 30\%$.

Генерацию третьей гармоники можно получить, если учесть в $\nu(x)$ член $\frac{1}{4}\gamma x^4$.

Дисперсия среды для ϖ и 3ϖ еще больше, это уравнивает возможности выбора кристалла, условие синхронизма в этом случае $n(\varpi) = n(3\varpi)$.

Основная трудность – малое значение кубической восприимчивости.

Получение генерации суммарных и разностных частот

Рассмотрим нелинейный эффект при взаимодействии бигармонического поля

$$E = E_1 + E_2 = A_1 \cos(\varpi_1 t - \kappa_1 z) + A_2 \cos(\varpi_2 t - \kappa_2 z)$$

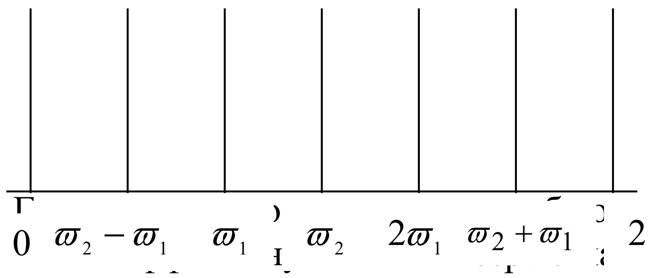
тогда

$$x_л = \frac{l}{m}\frac{1}{\left(\varpi_0^{\,2} - \varpi_1^{\,2}\right)} A_1 \cos\left(\varpi_1 t - \kappa_1 z\right) + \frac{l}{m}\frac{1}{\left(\varpi_0^{\,2} - \varpi_2^{\,2}\right)} A_2 \cos\left(\varpi_2 t - \kappa_2 z\right)$$

Если найти $x_л^{\,2}$, то можно показать, что

$$x_{нл} = x_{нл}(0) + x_{нл}(0) + x_{нл}(2\varpi_1) + x_{нл}(2\varpi_2) + x_{нл}(\varpi_1 + \varpi_2) + x_{нл}(\varpi_2 - \varpi_1)$$

Возникающая за счет этого поляризация, а значит и излучение содержит следующие частоты: $0, \varpi_1, \varpi_2, 2\varpi_1, 2\varpi_2, \left(\varpi_1 + \varpi_2\right), \left(\varpi_2 - \varpi_1\right)$;



в далекой ИК области. Для набл ичающимися частотами.

Суммарная частота применяется для преобразования ик-излучения в видимое.

Зависимость показателей преломления от интенсивности света

Рассмотрим потенциал вида:

$$u(x) = \frac{1}{2}\alpha x^2 + \frac{1}{4}\gamma x^4$$

Уравнение локального отклика будет иметь вид:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \frac{\gamma}{m}x^3 = \frac{e}{m}E$$

Методом возмущений получим $x = x_л + x_{нл}$, учтем, что $x_{нл} << x_л$, отсюда

$$\ddot{x}_{нл} + \omega_0^2 x_{нл} = -\frac{\gamma}{m}x_л^3$$

$$x_л = \frac{e/m\, E}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}$$ при взаимодействии с волной

$$E = A\cos(\omega t - \kappa z)$$

$$x_л = \frac{e/m\, A}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}\cos(\omega t - \kappa z)$$

$$x_{нл} = -\frac{\gamma/m\, x_л^3}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}$$ или

$$x_{нл} = -\frac{e^3/m^4\, A^3}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^4}\cos^3(\omega t - \kappa z)$$

Учтем, что $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$, тогда

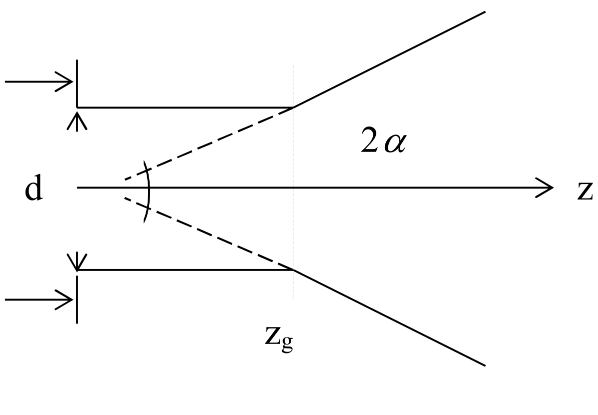
$$x_{нл} = -\frac{e^3/m^4\, A^3}{4\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^4}\left[3\cos(\omega t - \kappa z) + \cos 3(\omega t - \kappa z)\right]$$

В этом случае $x_{нл} = x_{нл}(\omega) + x_{нл}(3\omega)$, т.е. есть две компоненты на частоте ω и на частоте. Член с частотой 3ω дает третью гармонику, но у нас появился нелинейный член на частоте ω

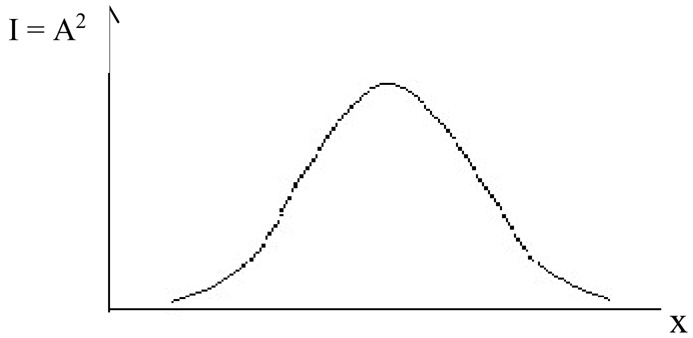
Рассмотрим что происходит при частоте ω. Поляризация имеет вид $P = \chi E + \chi^{(3)}E^3$. Показатель преломления среды $n = \sqrt{1 + 4\pi P/E}$, учитывая относительную малость нелинейного слагаемого, получим $n = n_0 + \frac{2\pi}{n_0}\chi^{(3)}E^2$ или $n = n_0 + n_2 I$

Самофокусировка и самодефокусировка света

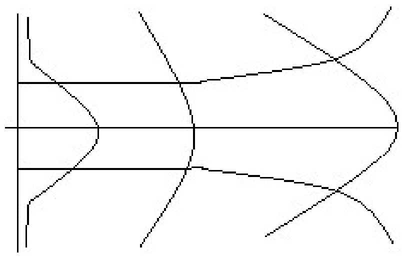
1. Среда линейная, т.е. $n_2 = 0$. Рассмотрим пучок диаметром d. Можно считать, что до $z_g = \frac{d^2}{4\lambda}$ пучок не расходится, в дальнейшем при $z > z_g$ наблюдается расходимость и $2\alpha = \frac{1,22}{d}\lambda$.



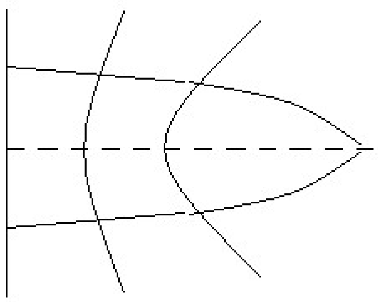
Для лазерных пучков распределение интенсивности по сечению Гауссово.



2. В случае нелинейной среды, $n = n_0 + n_2 I$, фазовая скорость по сечению пучка неодинакова $v_ф = \dfrac{c}{n_0 + n_2 I}$



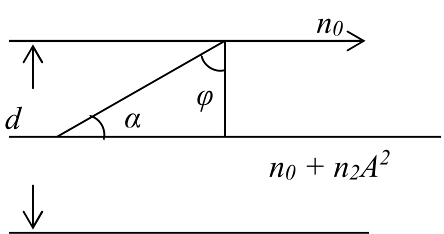
а) Если $n_2 < 0$, то скорость движения центра пучка больше, чем периферии. Фронт волны выгибается, наблюдается явление самодефокусировки или нелинейной рефракции.



б) $n_2 > 0$, середина волнового фронта отстает от его периферии, лучи стремятся собраться в центр пучка. Явление самофокусировки.
Это явление носит лавинный характер. При фокусировке интенсивность возрастает эффект «подгоняет» сам себя.

Явления самофокусировки и дифракции – это конкурирующие явления.

Введем параметр, характеризующий эту конкуренцию.



Рассмотрим луч, который вследствие дифракции отклонился и испытал полное внутреннее отражение.

$$\sin\varphi_{кр} = \frac{n_0}{n_0 + n_2 I}$$

Угол $\varphi = \pi/2 - \alpha$

Введем $\alpha_0 = \pi/2 - \varphi_{крит.}$

1) $\alpha > \alpha_0$ - самофокусировки нет н.л. рефракция не «удержит» пучок – он расширится.

2) $\alpha = \alpha_0$ - форма пучка сохраняется, наблюдается канелирование.

3) $\alpha < \alpha_0$ - самофокусировка.

Пусть $2\alpha = 2\alpha_{дифр} = \frac{1{,}22\lambda}{d}$ тогда $\sin(\pi/2 - \alpha_{дифр}) = \frac{n_0}{n_0 + n_2 A^2}$,

Учтем, что $\alpha_{дифр} << 1$; $n_2 A^2 << n_0$ и $n_0 \approx 1$. Кроме того $< s >= \frac{CA^2}{8\pi}$, и полная мощность пучка $p =< s > \pi a^2$

$$\boxed{P_{кр} = \frac{(0{,}61)^2 \lambda^2 c}{64 n_2}}$$

Если $P > P_{кр}$ - самофокусировка.

Для кристаллов $n_2 \approx 10^{-13}, P_{кр} \approx 1МВт$.